



# RLC FORCEE 4<sup>ième</sup> (Sc + M)

## Série n° 12 : Dipôle RLC Forcée

### Exercice n°1

Un circuit électrique comporte en série un résistor  $R=50\Omega$ , une bobine d'inductance  $L$  et de résistance négligeable et un condensateur de capacité  $C$ .

L'ensemble est alimenté par un générateur basse fréquence délivrant une tension alternative sinusoïdale de fréquence réglable

$$u(t) = U_m \sin(2\pi Nt + \varphi_u).$$

1- Pour une valeur  $N_1$  de la fréquence  $N$  et à l'aide d'un oscilloscope bicourbe on visualise les tensions  $u(t)$  aux bornes du générateur sur la voie ( $Y_1$ ) et  $u_b(t)$  sur la voie ( $Y_2$ ) : on obtient les oscillogrammes (I) et (II) de la **figure 1** avec les réglages suivants:

- la même sensibilité pour les deux voies 5V/div.
- sensibilité horizontale : 1ms/div.

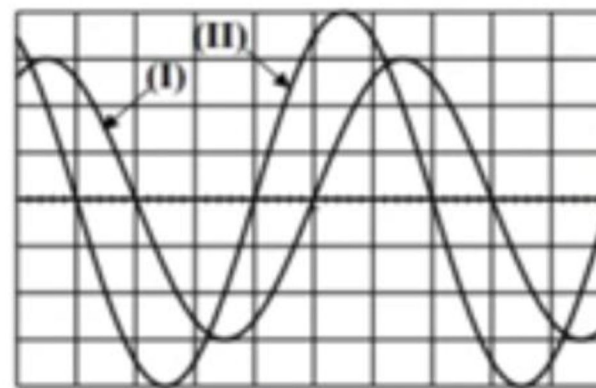
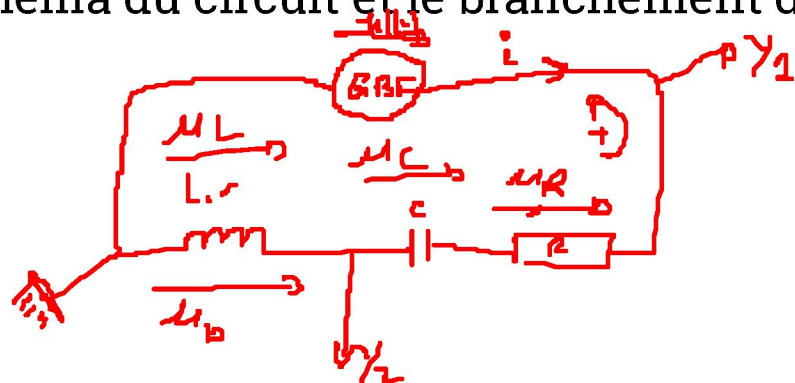


Figure-1



a- Faire le schéma du circuit et le branchement de l'oscilloscope.

$u(t) \rightarrow Y_1$   
 $u_R(t) \rightarrow Y_2$



b- Attribuer en justifiant la tension qui correspond à chacune des deux courbes (I) et (II).

$u_L(t)$  et  $u_R(t)$ .

$u_R(t)$  est en avance de phase par rapport à  $u(t)$

La courbe (II) en avance  $\pi/2$  à la courbe (I).

$\Rightarrow$  courbe (I)  $\rightarrow u(t)$

courbe (II)  $\rightarrow u_L(t)$

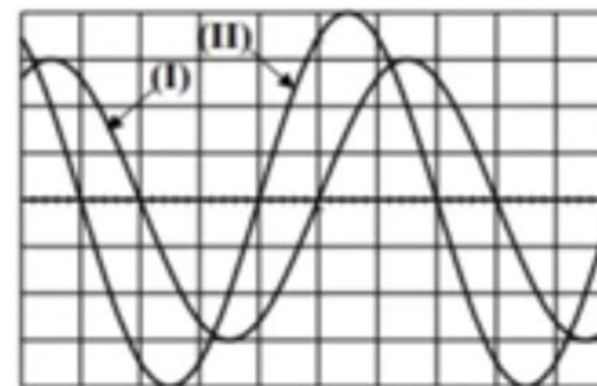


Figure-1



(2, r)



c- Déterminer les déphasage  $\Delta\varphi_1 = \varphi_u - \varphi_{u_b}$  et  $\Delta\varphi_2 = \varphi_u - \varphi_i$ . En déduire la nature du circuit.

1)  $\Delta\varphi_1 = \varphi_u - \varphi_{u_b} < 0$  car  $u_b$  en avance (sur  $u$ ).

$$\Delta\varphi_1 = -\omega_n \Delta t = -\frac{2\pi}{T_n} \Delta t = -\frac{2\pi}{6} \times 1$$

$$\Delta\varphi_1 = -\frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$2) \Delta\varphi_2 = \varphi_u - \varphi_i$$

$$\text{on a } \varphi_{u_b} = \varphi_i + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_i = \varphi_{u_b} - \frac{\pi}{2} \quad (\text{car } r = 0).$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi_2 = \varphi_u - \left( \varphi_{u_b} - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$= \varphi_u - \varphi_{u_b} + \frac{\pi}{2}$$

$$= \Delta\varphi_1 + \frac{\pi}{2}$$

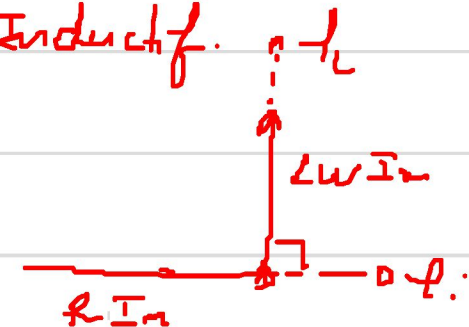
$$\Delta\varphi_2 = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\Delta\varphi_2 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

• Nature du circuit

$$\Delta\varphi_2 = \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{6} > 0$$

$\Rightarrow$  circuit Inductif.





d- Sachant que  $\varphi_{ub} = 0$ , déterminer les expressions numérique des tensions  $u(t)$  et  $u_b(t)$ .

$$\rightarrow u(t) = U_m \sin(2\pi N_1 t + \varphi_u)$$

$$\varphi_u - \varphi_{u_b} = -\frac{\pi}{3} \text{ et } \varphi_{u_b} = 0 \Rightarrow \varphi_u = -\frac{\pi}{3}$$

$$u(t) = 15 \sin\left(\frac{2\pi}{2 \cdot 10^{-3}} t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$u(t) = 15 \sin\left(\frac{\pi}{3} 10^3 t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\rightarrow u_b(t) = U_{bm} \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} t + \varphi_{u_b}\right)$$

$$u_b(t) = 20 \sin\left(\frac{\pi}{3} 10^3 t\right)$$

$$U_{bm} = 4 \times 5 = 20V$$

$$U_m = 3 \times 5 = 15V$$

$$T_1 = 6 \cdot 10^{-3} = 6 \cdot 10^{-3} s \Rightarrow N_1 = \frac{1}{T_1} = 166,67 \text{ Hz}$$



2- Etablir l'équation différentielle qui régit les variations de l'intensité  $i(t)$  du courant électrique.

Lois des mailles :  $u_L + u_C + u_R = u(t)$

$$\Rightarrow L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + Ri = u(t) \quad \text{or } i = \frac{dq}{dt}$$
$$\Rightarrow dq = i dt \Rightarrow q = \int i dt$$

$$\Rightarrow L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt + Ri = u(t)$$

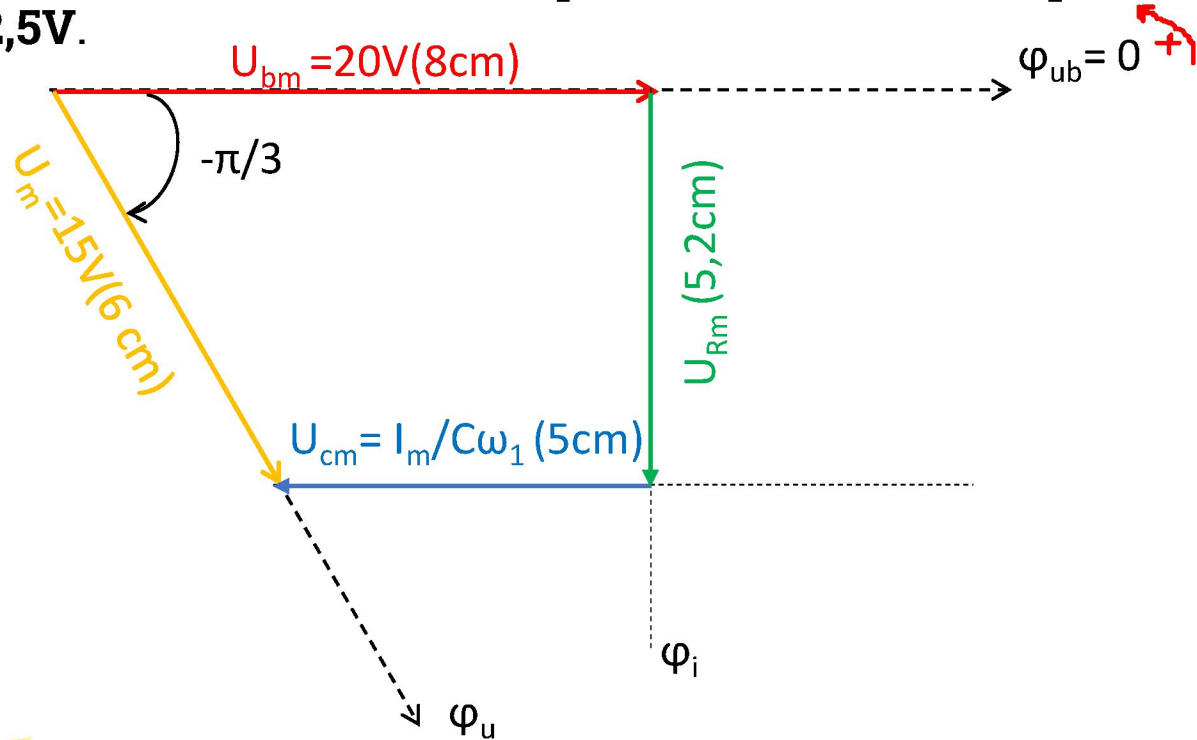
$$\Rightarrow \boxed{L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = u(t)}$$



3- La solution de l'équation différentielle s'écrit :

$$i(t) = I_m \sin(2\pi Nt + \varphi_i)$$

a- Faire la construction de Fresnel relative aux valeurs maximales en respectant l'échelle: **1cm pour 2,5V**.



$$\varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \varphi_i = \varphi_u - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\varphi_i = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$Ri \rightarrow \vec{V}_1 [R I_m ; \varphi_i = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}]$$

$$L \frac{di}{dt} \rightarrow \vec{V}_2 [L \omega_1 I_m = U_{bm} = 20V ; \varphi_i \rightarrow \frac{\pi}{2} = 0]$$

$$\frac{1}{C} \int i dt \rightarrow \vec{V}_3 [\frac{I_m}{C \omega_1} ; \varphi_i - \frac{\pi}{2} = -\pi]$$

$$u(t) \rightarrow \vec{U} [U_m = 15V ; \varphi_u = -\frac{\pi}{3}]$$



b- Déterminer graphiquement les valeurs de l'intensité maximale  $I_m$ , l'inductance  $L$  de la bobine et de la capacité  $C$  du condensateur. Calculer l'impédance  $Z_1$  du circuit.

•)  $I_m$ :  $U_{Rm} = R I_m \Rightarrow I_m = \frac{U_{Rm}}{R}$

$$I_m = \frac{5,2 \times 2,5}{50} = 0,26 \text{ A}$$

$$\boxed{I_m = 0,26 \text{ A}}$$

•)  $L$ :  $Z_{L1} I_m = U_{Lm} = 20 \text{ V}$

$$\Rightarrow L = \frac{U_{Lm}}{\omega_1 I_m} = \frac{20}{2\pi \times 166,67 \times 0,26} = \frac{20}{2\pi \times 166,67 \times 0,26}$$

$$\boxed{L = 0,073 \text{ H}}$$

•)  $C$ :  $U_{Cm} = 5 \times 2,5 = 12,5 \text{ V}$

$$\Rightarrow \frac{I_m}{C \omega_1} = U_{Cm}$$

$$\Rightarrow C = \frac{I_m}{U_{Cm} \omega_1} = \frac{0,26}{12,5 \times 2 \times \pi \times 166,67}$$

$$\boxed{C = 20 \cdot 10^{-6} \text{ F}}$$

•)  $Z_1$ :  $U_{Lm} = Z_1 I_m$

$$\Rightarrow Z_1 = \frac{U_{Lm}}{I_m} = \frac{15}{0,26} = 57,7 \Omega$$

$$\boxed{Z_1 = 57,7 \Omega}$$



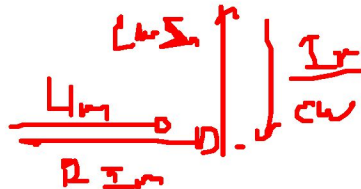
c- En déduire l'indication d'un voltmètre branché aux bornes de l'ensemble {bobine + condensateur}.

D'après Fresnel :  $U_{BCm} = U_{Bm} - U_{Cm}$   
 $= 20 - 12,5$   
 $= 7,5V$

$U_{BC} = \frac{U_{BCm}}{\sqrt{2}} = \frac{7,5}{\sqrt{2}} = 5,3V$

4- On fait varier la fréquence  $N$  à partir de la fréquence  $N_1$ . Pour une valeur  $N_2$  on obtient les deux oscillogrammes de la **figure 2**, après modification de toutes les sensibilités mais toujours les mêmes pour les deux voies.

a- Montrer que le circuit est le siège d'une résonance d'intensité.



4/2)  $N_2$

$u(t) \rightarrow$  en quadrature retard  $\gamma$  à  $u_b(t)$

$\Rightarrow \phi_u - \phi_{u_b} = -\frac{\pi}{2}$  or  $\phi_{u_b} = \phi_i + \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \phi_u - \left(\phi_i + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \phi_u - \phi_i - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \phi_u - \phi_i = 0 \Rightarrow \phi_u = \phi_i$

$\Rightarrow u(t)$  et  $i(t)$  sont en phase

$\Rightarrow$  circuit en résonance d'intensité.

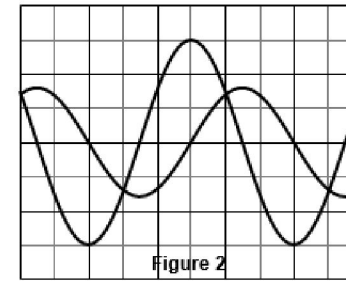


Figure 2



b- Calculer l'intensité  $I_2$  du courant traversant le circuit.

$$Z = Z_0 = R$$

$$U_m = R \cdot I_{2m} \Rightarrow I_{2m} = \frac{U_m}{R} = \frac{15}{50} = 0,3 \text{ A}$$

$$I_{2m} = 0,3 \text{ A} \Rightarrow I_2 = \frac{I_{2m}}{\sqrt{2}} = \frac{0,3}{\sqrt{2}}$$

$$I_2 = 0,212 \text{ A}$$

c- Calculer la valeur de la fréquence  $N_2$ .

$$L 2\pi N_2 = \frac{1}{C 2\pi N_2} \Rightarrow N_2^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$$

$$\Rightarrow N_2 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{0,073 \times 20 \times 10^{-6}}} = 131,78 \text{ Hz}$$

d- Est-ce que le circuit est en surtension ? justifier.

$$d) Q = \frac{U_C}{U} \text{ or relation } U_C = U_L = U_R$$

$$Q = \frac{3}{1,6} = 1,875 > 1$$

$\Rightarrow$  surtension.